

$$\nu_i(x) = \lim_{y \rightarrow 0, y \in D_i} |y|^{2p} [u(x, y) - A_{p,q}^i(x, y, \tau)]_y, \quad x > 0,$$

$i = 1, 2$, и выполняется условие склеивания $\nu_1(x) = c\nu_2(x)$;

3) $u(x, 0) = 0, \quad x < 0$;

4) $u(x, y)|_{AB} = \psi(x)$;

где $A_{p,q}^i(x, y, \tau)$ — определенный оператор [1], $\psi(x)$ — заданная функция, $\tau(x)$ — обозначение $u(x, 0)$, $c \neq 0$ — числовой параметр.

Задача исследуется методом интегральных уравнений. Для различных значений параметров p и q доказывается существование единственного решения задачи при выполнении определенного числа условий разрешимости.

ЛИТЕРАТУРА

1. Хайруллин Р. С. *Задача Трикоми для одного уравнения с сингулярными коэффициентами*// Изв. вузов. Математика. — 1996. — № 3. — С. 75–84.

С. Г. Халиуллин (Казань)

ДИФФЕРЕНЦИРУЕМЫЕ МЕРЫ И УЛЬТРАПРОИЗВЕДЕНИЯ

Для решения некоторых дифференциальных уравнений в бесконечномерных пространствах (например, параболических уравнений второго порядка) удобнее бывает рассматривать неизвестную функцию как некоторую меру, а не как функцию точки. Поэтому встает задача введения понятия производной меры и построения теории дифференцирования меры в линейных функциональных пространствах (см. [1–2]). Мы рассматриваем ультрапроизведения таких мер относительно свободного ультрафильтра в множестве \mathbb{N} (см. [4]).

Определение 1. Пусть E_n — линейные пространства, \mathcal{E}_n — σ -алгебры подмножеств E_n , причем операция сдвига на эле-

мент $h_n \in E_n$ измерима, μ_n — вероятностная мера на E_n ($n \in \mathbb{N}$). Скажем, что последовательность мер $\{\mu_n\}$ *равностепенно непрерывна относительно последовательности векторов $\{h_n\}$* , $h_n \in E_n$, если для любой последовательности $\{A_n\}$, $A_n \in E_n$, последовательность числовых функций $\{t \rightarrow \mu_n(A_n - th_n)\}$ равностепенно непрерывна при $t = 0$.

Определение 2. (см. [3]). Мера μ , заданная в линейном пространстве с измеримыми сдвигами (E, \mathfrak{E}) , называется *дифференцируемой по направлению $h \in E$* , если для каждого $A \in \mathfrak{E}$ функция $\{t \rightarrow \mu(A - th)\}$ дифференцируема.

Напомним, (см. [3]) что, если мера μ дифференцируема по направлению h , то функция множеств $A \rightarrow \frac{d}{dt}\mu(A - th)|_{t=0}$ автоматически оказывается σ -аддитивной мерой. Последняя называется производной меры μ по направлению h и обозначается $d_h\mu$. Обозначим через $D(\mu)$ множество всех $h \in E$, по направлениям которых мера μ дифференцируема.

Теорема. Пусть (E_n, \mathfrak{E}_n) — последовательность линейных пространств, где операция сдвига на элемент $h_n \in E_n$ является измеримой, последовательность (μ_n) — равностепенно непрерывна относительно последовательности (h_n) при $t = 0$, причем $h_n \in D(\mu_n)$, \mathfrak{U} — произвольный нетривиальный ультрафильтр в \mathbb{N} . Тогда мера ультрапроизведения $\mu_{\mathfrak{U}}$ дифференцируема по направлению $h = (h_n)_{\mathfrak{U}}$ и $d_h\mu_{\mathfrak{U}} = \lim_{\mathfrak{U}} d_{h_n}\mu_n$.

ЛИТЕРАТУРА

1. Авербух В. И., Смолянов О. Г., Фомин С. В. *Обобщенные функции и дифференциальные уравнения в линейных пространствах*// Труды ММО. — 1971. — Т. 24. — 133-174.
2. Скороход А. В. *Интегрирование в гильбертовых пространствах*. — М.: Наука, 1975.
3. Фомин С. В. *Дифференцируемые меры в линейных пространствах*// Тез. кратких сообщ. Межд. конгр. математиков. Секц. 5. — 1966. — С. 78-79.
4. Heinrich S. *Ultraproducts in Banach space theory*// J. für die reine und angewandte Math. — 1980. — Т. 313. — Р. 72-104.